# 一般相対性理論における
# 等価原理と輻射の問題

歯学部　杉田弥枝子

Yaeko SUGITA: Equivalence Principle and Radiation in General Relativity

(昭和49年12月2日受理)

日本歯科大学紀要　第4号　1975年3月
BULLETIN OF NIPPON DENTAL COLLEGE, GENERAL EDUCATION

# 一般相対性理論における等価原理と輻射の問題

一般相対性理論における等価原理と重力場によって加速度運動をしている荷電粒子からの輻射の問題は paradox として知られている。ここでは，まずこの paradox について説明し，次に重力場に空間的な変動がある場合には加速度運動をする粒子に固定した座標系においても荷電粒子からの輻射が観測される可能性のあることを示した。

## 1. Introduction

重力場における荷電粒子の振舞いについては多くの研究がなされている。特にEinsteinによって一般相対性理論が発表されて以来，その等価原理との関係において，加速度運動をしている荷電粒子からの輻射の問題は paradox として多くの人々の関心をひいている。すなわち古典電磁気学によれば，加速度運動をしている電荷は輻射を生じる。特殊相対論に話を限ればこの事に何ら疑問はない。ところが一般相対性理論では互いに等速度運動をしている座標間だけでなく，もっと一般の互いに加速度運動している系相互の変換も含めた一般座標変換に対しても物理法則は不変である。また等価原理によって，ある小さな領域に限ればその中では重力の影響が消えてしまうようにみえる座標系をとることができる。したがって重力によって加速度運動をしている荷電粒子はその粒子と同じ加速度で同じ方向に動いている座標系に移れば，その系では重力の影響は消え，荷電粒子は静止している。古典電磁気学によると静止している電荷からは輻射しない。さて前述のように加速度運動している電荷からは輻射して photon が出るわけであるが，その電荷が静止しているような座標に移り，その系で観測すると出ないように見える。これはいったいどういうこと

かというのが paradox の内容である。

この paradox については等加速度運動をしている荷電粒子からの輻射の問題における議論の中でしばしば論じられている。例えば Bondi と Gald[1] によれば，重力場によって加速されている荷電粒子からの輻射があれば，それは重力場と加速度運動している座標系を区別することになり等価原理に反する。しかし輻射があるかないかということは電荷から遠く離れた十分広い空間で考えられるべきことで，そのように広い範囲で一様な重力場は実際には存在しないから，それに等価な加速度系も考えられないとしている。同様に Fulton と Rohrlich[2] は等加速度運動をしている電荷からの輻射は存在するとしながらも local な等価原理とは矛盾しないというのである。特に energy の保存については彼等は次のような議論を行なっている。Abraham あるいは Dirac[3] による電子の運動方程式から話を始める。

$$m\dot{v}_\mu - \frac{2}{3}e^2\ddot{v}_\mu - \frac{2}{3}e^2\dot{v}^2 v_\mu = e v_\nu F_\mu{}^\nu{}_{in} \tag{1}$$

ただし，$v_\mu = dz_\mu/d\tau$，dot は $\tau$ に関する微分である。なお $z_\mu = z_\mu(\tau)$ は電子の world-line をあらわし，$\tau$ はその proper-time である。彼等は (1) 式左辺の第2項と第3項を $\Gamma^\mu$ とおき，等加速度運動では $\Gamma^\mu = 0$ であることを示し，輻射の反作用がないことは輻射がないことを意味しないと強調している。すなわち $\Gamma^0$ は輻射の反作用によってなされた仕事の割合であり，次のようにおいた。

$$\begin{aligned}\Gamma^0 &= \frac{2}{3}e^2\left(\frac{da^0}{d\tau} - \gamma a_\nu a^\nu\right)\\ &= \frac{2}{3}e^2\frac{da^0}{d\tau} - R\gamma\end{aligned} \tag{2}$$

ここで，$a^\mu = dv^\mu/d\tau$，$\gamma = dt/d\tau$，$R = \frac{2}{3}e^2 a_\nu a^\nu$ である。

したがって，$\Gamma^0 = 0$ であっても $R = \frac{dQ}{dt} > 0$ ($Q$: 加速 energy) は輻射の割合であり，この energy は電荷のまわりの場から供給される。このような輻射によって放出された photon はあらゆる観測者によって確認できるよう十分遠く離れた測定器に検出されねばならず，local に観測することはできない。彼等の結論は慣性系に等価である一様な重力場において自由落下している電子は輻射するが，同じ場の中でも机の上に静止している電子からは輻射しない，そしてこの2つのことは等価原理に反しないというのである。

一方，DeWitt と Brehme[4] は Dirac による電子の運動方程式の covariant な一般化を試みた。彼等は通常の local tensor を nonlocal なものに一般化した bi-tensor を導入して，次のような pondoromotive equation を得た。

$$m\ddot{z}^{\alpha}=ec^{-1}F^{in\,\alpha}_{\beta}\dot{z}^{\beta}+\frac{2}{3}e^2c^{-3}(\dddot{z}^{\alpha}-c^{-2}\dot{z}^{\alpha}\ddot{z}^2)+e^2c^{-1}\dot{z}^{\beta}\int_{-\infty}^{\tau}f^{\alpha}_{\beta\gamma'}\dot{z}^{\gamma'}(\tau')d\tau' \tag{3}$$

この最後の積分の項は tail と呼ばれ Dirac の (1) 式にはない彼等の理論特有のものであり electro-gravitic bremsstrahlung に相当すると考えられている。しかし彼等も荷電粒子からの輻射によって重力場と慣性系とを local に区別することはできないと考えている。

## 2. 一般相対論における電磁場の方程式および古典電磁気学

この節では準備として一般相対論における電磁場の方程式[5] および古典電磁気学における輻射の理論[6] を復習しておく。

一般相対論で考える時空は Riemann 空間であり，その metric tensor を $g_{\mu\nu}(x)$ とする。すなわち $\triangle x^{\mu}$ 離れた 2 点間の距離 $ds$ は

$$ds^2=g_{\mu\nu}(x)\cdot\triangle x^{\mu}\cdot\triangle x^{\nu} \qquad (\mu,\ \nu=0,\ 1,\ 2,\ 3) \tag{4}$$

と定義される。以下同じ index のくり返しは 0 から 3 まで和をとるものとする。

この $g_{\mu\nu}$ は 2 階の covariant tensor であるので $x^{\mu}\to x^{\mu'}$ なる座標変換に対して，次のような変換をする。

$$g_{\alpha\beta}'(x')=\frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\alpha'}}\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\beta'}}g_{\mu\nu}(x) \tag{5}$$

また Riemann 空間における微分は普通の微分を拡張した covariant derivative でそれを $\nabla_{\mu}$ と書くことにすれば

$$\nabla_{\mu}A^{\nu}=\frac{\partial A^{\nu}}{\partial x^{\mu}}+A^{\lambda}\Gamma^{\nu}_{\lambda\mu} \tag{6}$$

$\Gamma^{\nu}_{\lambda\mu}$ は affine 係数と呼ばれ metric tensor $g_{\mu\nu}$ との関係は

$$\Gamma^{\nu}_{\lambda\mu}=\frac{1}{2}g^{\nu\rho}\{\partial_\lambda g_{\rho\mu}+\partial_\mu g_{\lambda\rho}-\partial_\rho g_{\mu\lambda}\} \tag{7}$$

で与えられる。ただし $\Gamma^{\nu}_{\lambda\mu}=\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}$ とする。

さて一般座標変換に対して不変な電磁場の Lagrangian として

$$L=\sqrt{-g}\left\{-\frac{1}{4\mu_0}g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}f_{\mu\nu}f_{\alpha\beta}-\frac{1}{2\mu_0}(g_{\mu\nu}\nabla_\mu A_\nu)^2+j^\mu A_\mu\right\} \tag{8}$$

をとる。ここで $A_\mu$ は4元電磁 potential, $j^\mu$ は4元電流 vector, $f_{\mu\nu}=\nabla_\mu A_\nu-\nabla_\nu A_\mu$, $g=\det(g_{\mu\nu})$ である。

Lorentz 条件 $\nabla_\mu A^\mu=0$ を用いて，$A^\mu$ についての変分をとれば，次のような電磁場の4元 potential に対する波動方程式をうる。

$$\Box A^\mu+R^\mu_\nu A^\nu=-\mu_0 j^\mu \tag{9}$$

ただし，$R^\mu{}_\nu$ は Ricci tensor で次のように定義されている。

$$R^\mu_\nu=g^{\alpha\rho}(\partial_\rho\Gamma^{\alpha}_{\nu\alpha}-\partial_\alpha\Gamma^{\alpha}_{\rho\nu}+\Gamma^{\alpha}_{\rho\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha}-\Gamma^{\beta}_{\rho\nu}\Gamma^{\alpha}_{\beta\alpha}) \tag{10}$$

$\Box A^\mu=g^{\lambda\tau}\nabla_\lambda\nabla_\tau A^\mu$ を用い (9) 式を普通微分と $\Gamma$ であらわせば次のようになる。

$$g^{\rho\sigma}(\partial_\rho\partial_\sigma A^\mu+A^\lambda\partial_\rho\Gamma^{\mu}_{\lambda\sigma}+\partial_\rho A^\lambda\Gamma^{\mu}_{\lambda\sigma}+\partial_\sigma A^\nu\Gamma^{\mu}_{\nu\rho}+A^\lambda\Gamma^{\nu}_{\lambda\sigma}\Gamma^{\mu}_{\nu\rho}-\Gamma^{\tau}_{\sigma\rho}\partial_\tau A^\mu-\Gamma^{\tau}_{\sigma\rho}\Gamma^{\mu}_{\lambda\tau}A^\lambda)$$

$$g^{\mu\lambda}(\partial_\lambda\Gamma^{\alpha}_{\nu\alpha}-\partial_\alpha\Gamma^{\alpha}_{\lambda\rho}-\Gamma^{\alpha}_{\lambda\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha}-\Gamma^{\beta}_{\lambda\nu}\Gamma^{\alpha}_{\beta\alpha})A^\nu=-\mu_0 j^\mu \tag{11}$$

一方，加速度運動している電荷 $e$ による電磁 potential は Liénard-Wiechert potential で与えられ，scalar potential と vector potential に分けて書くと

$$\begin{aligned}\varphi(\boldsymbol{x},t)&=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{s}\\ A(\boldsymbol{x},t)&=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\boldsymbol{u}}{s}\end{aligned} \tag{12}$$

ここで，$s=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{u}/c$, $\boldsymbol{r}$ は電荷 $(\boldsymbol{x}',t')$ から場の点 $(\boldsymbol{x},t)$ までの距離 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}')=c(t-t')$ であり，$\boldsymbol{r}$ はその vector 表示，$\boldsymbol{u}$ は電荷の速度である。

これらの potential によってつくられる電磁場の輻射に関する項は次のようになる。

$$\boldsymbol{E}\,\mathrm{rad}=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 c^2 s^3}\boldsymbol{r}\times\left[\left(\boldsymbol{r}-\frac{r\boldsymbol{u}}{c}\right)\times\dot{\boldsymbol{u}}\right]$$

$$\boldsymbol{B}\,\mathrm{rad}=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 c^3 s^3}\frac{\boldsymbol{r}}{r}\times\left\{\boldsymbol{r}\times\left[\left(\boldsymbol{r}-\frac{r\boldsymbol{u}}{c}\right)\times\dot{\boldsymbol{u}}\right]\right\} \tag{13}$$

ただし，電荷が加速運動していることから $\boldsymbol{r}$ の divergence $\nabla\boldsymbol{r}$ は $\nabla\boldsymbol{r}=\frac{\boldsymbol{r}}{\mathrm{r}}-\frac{\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{u}}{r}\nabla t'$ となることを用いた。

(13)式による Poynting vector $\boldsymbol{N}=\frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ を遠方の表面積で積分すると $\boldsymbol{u}$ が小さいとした近似では

$$-\frac{\partial U}{\partial t}=\int_S \boldsymbol{N}dS=\frac{e^2\dot{u}^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \tag{14}$$

となる。これは $\boldsymbol{N}$ が単位時間に単位面積を通過する energy の流れをあらわすことから，全体として単位時間に energy が輻射として失なわれたことを意味する。

## 3. 座標変換と重力場における電磁場の方程式

この節では重力場によって加速度運動している粒子が静止しているような座標系に移った時の電磁場の方程式を導く。

いま，ある座標系 $S$ において弱い重力場が存在し，その metric tensor を

$$g_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} -1+h(x^\mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$

とおくことができるとする。すなわち $S$ 系においては重力場の源となる物質は静止していて時間的に変化しない。このような重力場の作用をうけて運動している粒子は他に力が働かなければ重力場の源の方向に自由落下する。重力による粒子の加速度 $a$ は重力源からの距離に依存し，したがって時間にも依存する。粒子の運動方向を $z(x^3)$ 軸にとれば加速度 $a$ は $z$ と時間 $t$ の関数 $a(z, t)$ である。$S$ 系に対してこの粒子と同じ加速度で

同じ方向に動いている座標系 $S'$ を考えると，$S'$ 系でみれば $S$ 系で自由落下している粒子は静止している。

$S$ 系から $S'$ 系への座標変換は

$$\begin{aligned} &x^0=x^{0'},\ x^1=x^{1'},\ x^2=x^{2'} \\ &x^3=x^{3'}-\frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{x^0}{c}\right)^2 \end{aligned} \tag{16}$$

であり，$g_{\mu\nu}$ は (5) 式に従って変換されるので $S'$ 系の metric tensor は次のようにおくことができる

$$g'_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} -1+h(z)+g(z,\ t)^2 & 0 & 0 & -g(z,\ t) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -g(z,\ t) & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{17}$$

ただし，$g$ は $a(z,\ t)$ の関数であるから $g(z,\ t)$ とおいた。

以下 $S'$ 系でのみ考えるので $'$ を除く。

次に $g_{\mu\nu}$ の逆行列 $g^{\mu\nu}$ を計算すると

$$g^{\mu\nu}=\begin{pmatrix} \dfrac{1}{-1+h(z)} & 0 & 0 & \dfrac{g(z,\ t)}{-1+h(z)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{g(z,\ t)}{-1+h(z)} & 0 & 0 & 1+\dfrac{g(z,\ t)^2}{-1+h(z)} \end{pmatrix} \tag{18}$$

metric tensor $g_{\mu\nu}$ の微分は

$$\begin{cases} \partial_0 g_{00}=2g(z,\ t)\dot{g}(z,\ t) \\ \partial_3 g_{00}=h'(z)+2g(z,\ t)g'(z,\ t) \\ \partial_0 g_{03}=\partial_0 g_{30}=-\dot{g}(z,\ t) \\ \partial_3 g_{03}=\partial_3 g_{30}=-g'(z,\ t) \end{cases} \tag{19}$$

他は 0 になる

ただし，$\dot{a}(z,\ t)$，$a'(z,\ t)$ 等はそれぞれ

$$\dot{a}=\frac{\partial a}{\partial x^0}=\frac{1}{c}\frac{\partial a}{\partial t},\quad a'=\frac{\partial a}{\partial x^3}=\frac{\partial a}{\partial z}$$

をあらわすものとする。

(17), (18), (19) 式より $\Gamma$ を計算すると 0 でないものは $\Gamma^0_{00}$, $\Gamma^3_{00}$, $\Gamma^0_{03}$, $\Gamma^0_{30}$, $\Gamma^3_{03}$, $\Gamma^3_{30}$, $\Gamma^3_{00}$, $\Gamma^3_{33}$ の 8 コである。それぞれの表示はその導関数と共に appendix に示す。

このような系において粒子が荷電をもっている場合にはその電荷による電磁 potential $A^\mu$ は(11)式を満足する。それは各 $\mu$ に対して次のような連立方程式になる。

$$
\begin{aligned}
&g^{00}\{\partial_0^2 A_0+\partial_0 A^0\Gamma^0_{00}-\partial_3 A^0\Gamma^3_{00}+2\partial_0 A^3\Gamma^0_{30}+A^0(\partial_0\Gamma^0_{00}+\partial_0\Gamma^3_{03}-\partial_3\Gamma^3_{00}+\Gamma^3_{00}\Gamma^0_{03}\\
&+\Gamma^3_{03}\Gamma^3_{03}-\Gamma^0_{00}\Gamma^3_{03}-\Gamma^3_{00}\Gamma^3_{33})+A^3(\partial_0\Gamma^0_{30}+\partial_0\Gamma^3_{33}-\partial_3\Gamma^3_{03})\}+g^{11}\partial_1{}^2A^0+g^{22}\partial_2^2A^0+\\
&g^{33}\{\partial_3{}^2A^0-\partial_0A^0\Gamma^0_{33}+\partial_3A^0(2\Gamma^0_{03}-\Gamma^3_{33})+2\partial_3A^3\Gamma^0_{33}+A^0(\partial_3\Gamma^0_{03}+\Gamma^0_{03}\Gamma^0_{03}+\Gamma^3_{03}\Gamma^0_{33}\\
&-\Gamma^0_{33}\Gamma^0_{00}-\Gamma^3_{33}\Gamma^0_{30})+A^3\partial_3\Gamma^0_{33}\}+g^{03}\{\partial_0\partial_3A^0+\partial_3\partial_0A^0+2\partial_3A^0(\Gamma^0_{00}-\Gamma^3_{03})+2\partial_0A^3\Gamma^0_{33}\\
&+2\partial_3A^3\Gamma^0_{30}+2A^0(\partial_3\Gamma^0_{00}+\Gamma^3_{00}\Gamma^0_{33}-\Gamma^3_{03}\Gamma^0_{03})+2A^3\partial_3\Gamma^0_{30})\}\\
&=-\frac{\mu_0 ce}{\sqrt{-g}}\delta(x^1)\delta(x^2)\delta(x^3)
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
\begin{aligned}
&g^{00}(\partial_0{}^2A^1-\partial_0A^1\Gamma^0_{00}-\partial_3A^1\Gamma^3_{00})+g^{11}\partial_1{}^2A^1+g^{22}\partial_2{}^2A^1+g^{33}(\partial_3{}^2A^1-\partial_0A^1\Gamma^0_{33}\\
&-\partial_3A^1\Gamma^3_{33})+g^{03}(\partial_0\partial_3A^1+\partial_3\partial_0A^1-2\partial_0A^1\Gamma^0_{03}-2\partial_3A^1\Gamma^3_{30})=0
\end{aligned}
\tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
&g^{00}(\partial_0{}^2A^2-\partial_0A^2\Gamma^0_{00}-\partial_3A^2\Gamma^3_{00})+g^{11}\partial_1{}^2A^2+g^{22}\partial_2{}^2A^2+g^{33}(\partial_3{}^2A^2-\partial_0A^2\Gamma^0_{33}\\
&-\partial_3A^2\Gamma^3_{33})+g^{03}(\partial_0\partial_3A^2+\partial_3\partial_0A^2-2\partial_0A^2\Gamma^0_{03}-2\partial_3A^2\Gamma^3_{30})=0
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$
\begin{aligned}
&g^{00}\{\partial_0{}^2A^3+2\partial_0A^0\Gamma^3_{00}+\partial_0A^3(2\Gamma^3_{00}-\Gamma^0_{00})-\partial_3A^3\Gamma^3_{00}+A^0\partial_0\Gamma^3_{00}+A^3(\partial_0\Gamma^3_{30}\\
&+\Gamma^0_{30}\Gamma^3_{00}+\Gamma^3_{30}\Gamma^3_{30}-\Gamma^0_{00}\Gamma^3_{30}-\Gamma^3_{00}\Gamma^3_{33})\}+g^{11}\partial_1{}^2A^3+g^{22}\partial_2{}^2A^3+g^{33}\{\partial_3{}^2A^3+2\partial_3A^0\Gamma^3_{03}\\
&-\partial_0A^3\Gamma^0_{33}+\partial_3A^3\Gamma^3_{33}+A^0(\partial_3\Gamma^3_{03}+\partial_3\Gamma^0_{00}-\partial_0\Gamma^0_{30})+A^3(\partial_3\Gamma^3_{33}+\partial_3\Gamma^0_{30}-\partial_0\Gamma^0_{33}+\Gamma^0_{30}\Gamma^0_{30}\\
&+\Gamma^0_{33}\Gamma^3_{30}-\Gamma^0_{33}\Gamma^0_{00}-\Gamma^3_{33}\Gamma^0_{30})\}+g^{03}\{\partial_0\partial_3A^3+\partial_3\partial_0A^3+2\partial_0A^0\Gamma^3_{03}+2\partial_3A^0\Gamma^3_{00}\\
&+2\partial_0A^3(\Gamma^3_{33}-\Gamma^0_{03})+2A^0\partial_0\Gamma^3_{03}+2A^3(\partial_0\Gamma^3_{33}+\Gamma^0_{33}\Gamma^3_{00}-\Gamma^0_{03}\Gamma^3_{03})\}\\
&=0
\end{aligned}
\tag{23}
$$

ただし(11)式における $j^\mu$ はこの系においては電荷 $e$ が原点に静止しているだけで電流は存在しないので(20)式において $j^0=\dfrac{ce}{\sqrt{-g}}\delta(x^1)\delta(x^2)\delta(x^3)$ とした。他は 0 である。

この連立方程式に Appendix に示した $\Gamma$ を代入したものが $A^{\mu}$ に関する微分方程式である。

## 4. 輻射の可能性

前節の連立微分方程式は簡単に解くことができないので，$h(z)$ の関数に従って適当な近似を用いねばならない。まず第1近似として重力場が存在しない時の静止している電荷による potential すなわち Coulomb potential をとる。その次は $A^{\mu}$ を重力定数等によって展開しておき，0 次の項を Coulomb potential とし，あと iteration によって係数を決めていけばよい。

例えば $h(z)$ が 0 の場合，すなわち flat space からそれに対して加速運動している系へ移った場合，このときはわりあい容易に計算でき，scalar potential $A^0$ 中の Coulomb potential に補正項が加わるだけで vector potential $(A^1, A^2, A^3)$ は 0 である。

$h(z)$ が一定の場合，すなわち一様な重力場が存在するとき，場の中の粒子が受ける力はいつも一定になるので粒子の加速度も一定である。したがって等加速度運動をする荷電粒子の場合である。このときも $h(z)=0$ の場合と同様 scalar potential だけであることがわかる。

このことから一様な重力場で等加速度運動している荷電粒子を等価原理により静止しているようにみえる系に移って観測してもその電荷からの輻射は測定できない。

次に $h(z)$ が座標に依存する場合，すなわち真の重力場が存在するときを考える。

(21)，(22)式において $A^1$, $A^2$ はともに第1近似が 0 であり，iteration によって高次の項もすべて 0 になることが容易にわかる。しかし(20)，(23)式をみると $A^0$ と $A^3$ は互いに cross term が存在する。したがって第1近似は $A^0$ が Coulomb potential, $A^3$ が 0 としても高次の項では $A^3$ に 0 ではない有限な項が存在する。

このことから静止している電荷であってもそのまわりの空間すなわち重力場が変化すれば（自由落下している粒子の場合，より大きな重力場の方へ移動しているのであるから，その粒子からみればまわりの重力場は時間的に変化していることになる）磁場をもつ。

このとき電場と磁場の vector product である Poynting vector は有限になる。適

当な $h(z)$ をとれば遠方の表面積での積分も 0 にならず，静止している電荷からも輻射することができる。すなわち加速度運動をしている荷電粒子から放出された photon はその粒子が静止している系で実験を行なっても photon を検出できることになる。このことは不自然なことではない。例えば時間的，空間的に振動する重力場における動かない電荷からの輻射という意味でわれわれの場合に類似している Chitre, Price, Sandberg[7] の計算がある。

彼等は2つの等しい質量をもった電気的に中性の物体が静止している電荷をはさんで回転している場合を考え，いわゆる Newman-Penrose formalism[8] を用いて，その電荷からの輻射を計算した。同じことが今まで述べてきた方法によっても計算できるはずである。

最後に終始親切にご指導いただいた岡村浩博士に感謝の意を表します。

## References

1) Bondi and T. Gold, Proc. Roy. Soc., **A229** 416 (1955).
2) T. Fulton and F. Rohrlich, Ann, of Phys., **9** 449 (1960).
3) P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc., **A167** 148 (1938).
4) B. S. DeWitt and R. W. Brehme, Ann. of Phys., **9** 220 (1960).
5) 山内，内山，中野：「一般相対性および重力の理論」.
6) for example W. K. H. Panofsky and M. Phillips, "Classical Electricity and Magnetism" Addison-Wesley, Cambridge.
7) D. M. Chitre, R. H. Price and V. D. Sandberg, Phys. Rev. Letters, **31** 1018 (1973).
8) E. Newman and R. Penrose, J. Math. Phys., **3** 566 (1962).

## Appendix

$$
\begin{cases}
\Gamma^0_{00}=-\Gamma^3_{03}=-\Gamma^3_{30}=-\dfrac{g(h'+2gg')}{2(-1+h)} \\[2ex]
\Gamma^3_{00}=-(\dot{g}+gg'+\dfrac{1}{2}h')-\dfrac{g^2(2gg'+h')}{2(-1+h)} \\[2ex]
\Gamma^0_{03}=\Gamma^0_{30}=\dfrac{h'+2gg'}{2(-1+h)} \\[2ex]
\Gamma^0_{33}=-\dfrac{g'}{-1+h} \\[2ex]
\Gamma^3_{33}=-\dfrac{gg'}{-1+h}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\partial_0\Gamma^0_{00}=-\partial_0\Gamma^3_{03}=-\partial_0\Gamma^3_{30}=-\dfrac{4g\dot{g}g'+2g^2g'+\dot{g}h'}{2(-1+h)} \\[2ex]
\partial_0\Gamma^3_{00}=-(\ddot{g}+\dot{g}g'+g\dot{g}')-\dfrac{2g^2\dot{g}g'+g^3\dot{g}'+g\dot{g}h'}{-1+h} \\[2ex]
\partial_0\Gamma^0_{03}=\partial_0\Gamma^0_{30}=\dfrac{\dot{g}g'+g\dot{g}'}{-1+h} \\[2ex]
\partial_0\Gamma^0_{33}=-\dfrac{\dot{g}'}{-1+h} \\[2ex]
\partial_0\Gamma^3_{33}=-\dfrac{\dot{g}g'+g\dot{g}'}{-1+h}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\partial_3\Gamma^0_{00}=-\partial_3\Gamma^3_{03}=-\partial_3\Gamma^3_{30}=\dfrac{g'h'+gh''+2g^2g'+4gg'^2}{2(-1+h)}-\dfrac{h'g(h'+2gg')}{2(-1+h)^2} \\[2ex]
\partial_3\Gamma^3_{00}=-(\dot{g}'+g'^2+gg''+\dfrac{1}{2}h'')-\dfrac{4g^2g'^2+2g^3g''+2gg'h'+g^2h''}{2(-1+h)} \\[2ex]
\qquad+\dfrac{h'g^2(2gg'+h')}{2(-1+h)^2} \\[2ex]
\partial_3\Gamma^0_{03}=\partial_3\Gamma^0_{30}=\dfrac{h''+2gg''+2g'^2}{2(-1+h)}-\dfrac{h'(h'+2gg')}{2(-1+h)^2} \\[2ex]
\partial_3\Gamma^0_{33}=-\dfrac{g''}{-1+h}+\dfrac{h'g'}{(-1+h)^2} \\[2ex]
\partial_3\Gamma^3_{33}=-\dfrac{g'^2+gg''}{-1+h}+\dfrac{h'gg'}{(-1+h)^2}
\end{cases}
$$